MSG Klasse 8b
Hoffkamp
Internet: wikis.zum.de/qed

Graphentheorie Teil 4
Das Schubfachprinzip in und außerhalb der Graphentheorie

Schubfachprinzip (einfache Version):
Verteilt man n Gegenstände auf k Schubfächer und ist n>k, dann gibt es ein Schubfach mit mindestens 2 Gegenständen darin.

Schubfachprinzip (erweiterte Version):
Verteilt man $a \cdot n+1$ Gegenstände auf n Schubfächer (wobei a,n natürliche Zahlen sind), dann gibt es ein Schubfach mit mindestens .... Gegenständen darin.

Beispiele:
1) Unterm Weihnachtsbaum liegen 13 Geschenke für drei Kinder. Dann bekommt mindestens ein Kind ....
Welche Werte liegen hier für a, n vor? Welches sind die Schubfächer? Welches die Gegenstände?

2) Wie viele Kinder müssen mindestens in einer Klasse sein, damit man sicher sein kann, dass es mindestens drei gibt, die im gleichen Monat Geburtstag haben?
Antwort:...............
Welche Werte liegen hier für a, n vor? Welches sind die Schubfächer? Welches die Gegenstände?

Aufgabe 1:
Unter beliebigen 6 Personen gibt es 3, die sich gegenseitig kennen, oder 3, die sich gegenseitig nicht kennen.
a) Modelliert dieses Problem als Graph. Was wählt Ihr als Ecken, was als Kanten?
b) Färbt nun die Kanten: „rot“ bedeutet „kennen sich gegenseitig“, „grün“ bedeutet „kennen sich nicht gegenseitig“. Was stellt Ihr fest?

Aufgabe 2:
Gegeben seien 10 natürliche Zahlen. Warum gibt es darunter immer zwei, deren Differenz durch 9 teilbar ist?

Aufgabe 3:
Warum gibt es unter den Potenzen 7, 7^2, 7^3, ... eine, die mit den Ziffern 001 endet?

Hinweis: Erinnere Dich an das Rechnen mit Resten vom letzten Schuljahr. Auf den Ziffern 001 enden bedeutet den Rest 1 beim Teilen durch 1000 zu haben. Wie viele Reste modulo 1000 gibt es? Das werden unsere Schubfächer, in welche wir die Potenzen von 7 hineinlegen.

Aufgabe 4:
Sei a eine natürliche Zahl und sei x eine ganze Zahl, die nicht durch 7 teilbar ist. Gibt es unter den Zahlen a, a+x, a+2x, ..., a+6x dann immer eine durch 7 teilbare Zahl?