

## Aufgaben-Blatt 4

vom 21. bis 28. November 2013

### 1. Cardano lässt grüßen

Berechne alle reellen Nullstellen der Gleichung  $x^3 + 3x - 4 = 0$

- (a) durch Raten und Polynomdivision
- (b) mit Hilfe der Cardanoschen Formel

und vergleiche deine Ergebnisse.

### 2. Wurzelvermehrung

Sei  $n \in \mathbb{N}$  und  $a + bi \in \mathbb{C}$ , so dass gilt:  $(a + bi)^n = 2013$ . Zeige, dass dann auch  $(a - bi)^n = 2013$  ist.

### 3. Was ist denn hier los?

Susanne hat sich gemerkt, dass die imaginäre Einheit  $i = \sqrt{-1}$  ist. Damit kann sie prima folgendes beweisen:

$$-1 = i^2 = (\sqrt{-1})^2 = \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

Irgendwas kann da wohl nicht stimmen. Wo liegt das Problem?

### 4. Greetings from Vieta

Let  $x_1, x_2$  be the solutions of the equation  $x^2 - 6x + 1$ . Prove that  $x_1^n + x_2^n$  is an integer for each  $n \in \mathbb{N}$ .

### 5. Zusatzaufgabe

Seien  $x_1, x_2, x_3$  die Lösungen von  $x^3 + 3x^2 - 7x + 1 = 0$ . Berechne  $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ , ohne  $x_1, x_2, x_3$  explizit zu berechnen.