

## Aufgaben-Blatt 3

vom 7. bis 14. November 2013

### 1. Kreuzzahlenrätsel

In das Kreuzzahlenrätsel sind die Zahlen von 1 bis 9 so einzutragen, dass jede der Zahlen genau einmal verwendet wird. Die 3-stelligen Zahlen in den Waagerechten 1, 4 und 5 sind Vielfache von 21, die 3-stelligen Zahlen in den Senkrechten 1, 2 und 3 sind Vielfache von 12.

1	2	3
4		
5		

### 2. Special Triples

Three different positive integers have the property that each of them divides the sum of the other two. Find all such sets of three numbers

### 3. Gleichung

Finde alle reellen Zahlen, die folgende Gleichung erfüllen:

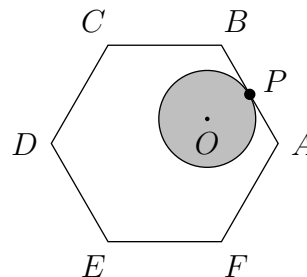
$$(1 + x)^4 - 2(1 - x)^4 = (1 - x^2)^2$$

### 4. Rotating Circle

A circle with center  $O$  and radius 3 cm rolls without slipping around the inside of a regular hexagon  $ABCDEF$ . The circle starts with a point  $P$  on its circumference in contact with the midpoint of the side  $AB$ , as shown.

The circle then turns through one complete revolution anticlockwise, touching only sides  $AB$  and  $AF$  in the process. The circle ends in contact with the side  $AF$ , and  $O$ ,  $P$  and  $A$  are in a straight line.

Find the length of  $AB$ .



Diese Aufgaben stammen alle aus der britischen Mathe-Olympiade; die erste aus dem *Hamilton Paper* für die Klasse 9/10, die anderen aus dem *MacLaurin Paper* für die Klasse 11/12.

### 5. Zusatzaufgabe

Gegeben seien drei Punkte  $P, Q, R$  in der Ebene. Es ist ein Dreieck so zu konstruieren, dass  $P, Q, R$  die Höhenfußpunkte des konstruierten Dreiecks sind.

Führe die Konstruktion durch und begründe, warum ein auf diese Weise konstruiertes Dreieck die Bedingung erfüllt. Gibt es mehrere Möglichkeiten?