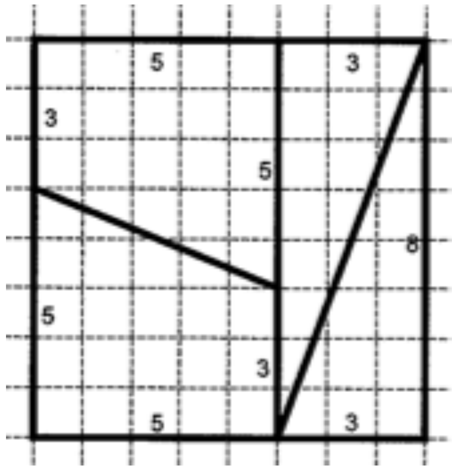
MSG Klasse 7b
Andrea Hoffkamp
Internet: wikis.zum.de/qed

Zahlenspielereien – Erstaunliches und Verwirrendes
und noch ein paar Rechentricks
Teil 3

Aufgabe 1: (64=65?)

Betrachte ein 8x8-Quadrat. Zerschneide das Quadrat entsprechend der Abbildung. Setze die entstandenen Stücke zu einem Rechteck zusammen. Was fällt dir auf?



Aufgabe 2: (Alle natürlichen Zahlen sind gleich?!)

Ich kann beweisen, dass alle natürlichen Zahlen x,y gleich sind.

Super! Dann brauchen wir keine Kopfrechentricks mehr, weil dadurch das Rechnen viel einfacher wird. 

Hier ist mein Beweis:

Nehmen wir drei beliebige positive natürliche Zahlen x,y,z mit der Eigenschaft $x=y+z$. Das bedeutet also, dass $x>y$ wäre. Wir multiplizieren beide Seiten mit $x-y$ und erhalten $x^2 - xy = xy + xz - y^2 - yz$. Subtrahiere xz von beiden Seiten und erhalte: $x^2 - xy - xz = xy - y^2 - yz$. Durch Ausklammern erhalten wir: $x(x-y-z)=y(x-y-z)$. Teilen durch $x-y-z$ ergibt dann schließlich: $x=y$.

Aufgabe 3: (Also ist doch nur 4=5?)

Ihr glaubt mir die Sache aus Aufgabe 2 nicht? Na gut, dann beweise ich wenigstens, dass 4=5 ist!

$$
\begin{aligned}
-20 &= -20 && (1)\\
16-36 &= 25-45 && (2)\\
16-36+\frac{81}{4} &= 25-45+\frac{81}{4} && (3)\\
\left(4-\frac{9}{2}\right)^2 &= \left(5-\frac{9}{2}\right)^2 && (4)\\
4-\frac{9}{2} &= 5-\frac{9}{2} && (5)\\
4 &= 5 && (6)
\end{aligned}
$$

Nicht schlecht, oder?

Aufgabe 4: (Quadrieren zweistelliger Zahlen)

Angenommen wir wollen 13x13 rechnen. 13+13=26. Nun nehme ich zwei andere Zahlen, die sich ebenso zu 26 addieren, und sich leichter multiplizieren lassen, z.B. 10x16=160. Da beide Zahlen den Abstand 3 zu 13 haben, addiere ich 3x3=9 hinzu und erhalte: 13x13=169.

Spiele dies einmal für 47x47 und 85x85 durch.

Warum funktioniert das Verfahren?

Aufgabe 5: (Überschlagen von Wurzeln)

An der Tafel machen! S. 138 ff. Erster Schritt des Heron-Verfahrens.

Aufgabe 5: (Heron-Verfahren)

Erkläre das Heron-Verfahren, um Wurzeln näherungsweise zu bestimmen.

Video. Speaker mitnehmen.