MSG Klasse 8b
Hoffkamp
Internet: wikis.zum.de/qed

Graphentheorie Teil 2
Entdeckungen über Eckengrade

Aufgabe 1:

In der Hausaufgabe (Aufgabe 5 a) vom letzten Arbeitsbogen) habt ihr gesehen, dass es nicht möglich ist einen Graphen mit 5 Ecken A,B,C,D,E zu zeichnen, so dass gilt:

grad(A) = 2, grad(B) = 3, grad(C) = 2, grad(D) = 3, grad(E) = 3.

Zeichnet nun mehrere Graphen und zählt in den Graphen die Ecken mit ungeradem Grad! Hier ist Platz für Eure Zeichnungen:

Formuliert eine Vermutung:

Beweist eure Vermutung!

Aufgabe 2:

Zählt nun in jedem von Euren gezeichneten Graphen alle Eckengrade zusammen. Was beobachtet ihr?

Zählt auch noch die Anzahl der Kanten in den Graphen. Seht Ihr einen Zusammenhang? Formuliert diesen!

Könnt Ihr das auch beweisen?

Aufgabe 3:

Versucht Graphen zu zeichnen, bei denen alle Eckengrade verschieden sind. Einzige Bedingung ist, dass in den Graphen keine Schlingen oder Mehrfachkanten vorkommen sollen (Graphen ohne Schlingen oder Mehrfachkanten heißen auch *einfache Graphen*). Was fällt euch auf?

Formuliert eine passende Vermutung!

Wie könnte man diese Vermutung beweisen?

Aufgabe 4:

Es sei $n \in \mathbb{N}$ irgendeine natürliche Zahl. Ein Graph heißt *vollständiger n-Ecksgraph*, wenn er genau n Ecken hat und jede Ecke mit jeder anderen durch genau eine Kante verbunden ist.

a) Gib eine Formel für die Anzahl von Kanten in einem vollständigen n-Ecksgraphen an (für beliebiges n).

b) Benutze das Ergebnis aus Teil (a), um eine Formel für die Summe der ersten n natürlichen Zahlen zu finden. Also

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = ?$$

Damit ist gemeint, eine Formel zu finden, in der kein ... mehr vorkommt.