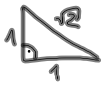
Zahlentheorie

$\mathbb{N} - \mathbb{Z} - \mathbb{Q} \longrightarrow \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{C}$

- $\mathbb{N}$: natürliche Zahlen $0, 1, 2, 3, 4, \ldots$
- $\mathbb{Z}$: ganze Zahlen $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$
- $\mathbb{Q}$: rationale Zahlen, alle Brüche $\frac{1}{10} = 0{,}1$
- $\mathbb{R}$: $\sqrt{2}$ irrational



- $\mathbb{C}$: komplexe Zahlen, imaginäre Zahl i, $i \cdot i = -1$, $i = \sqrt{-1}$

- Primzahlen: nur durch sich selbst und durch 1 teilbar

$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, \ldots$

- es gibt unendlich viele

Primfaktorzerlegung:

$24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

$345274 = 2 \cdot 29 \cdot 5953$

$4095 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

$11 = 11$

$111 = 3 \cdot 37$

Jede ganze Zahl ≥ 2 hat eine Primfaktorzerlegung!

Begründe: Die Summe von drei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen ist durch 3 teilbar.

$2 + 3 + 4 = 9 = 3 \cdot 3$

$9 + 10 + 11 = 10 + 10 + 10 = 3 \cdot 10$

usw. 1 abgeben

Allg.: $x + (x+1) + (x+2) = 3x + 3$
$= 3 \cdot (x+1)$
qed

Teilbarkeitsregeln:

Zahl ist durch 3, 9 teilbar, wenn Quersumme durch 3, 9 teilbar

Durch 5 teilbar, falls die letzte Ziffer 0 oder 5 ist.

$111.111 \qquad 1+1+1+1+1+1 = 6 = 2 \cdot 3$

$1111111 \qquad$ nicht durch 3 teilbar

$2397 = 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 7$

$= 2 \cdot (999+1) + 3 \cdot (99+1) + 9 \cdot (9+1) + 7$

$= 2 \cdot 999 + 2 + 3 \cdot 99 + 3 + 9 \cdot 9 + 9 + 7$

$= \underbrace{2 \cdot 999 + 3 \cdot 99 + 9 \cdot 9}_{\text{durch 3 teilbar}} + 2 + 3 + 9 + 7$

$= \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 333 + 3 \cdot 3 \cdot 33 + 9 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{durch 3 teilbar}} + \underbrace{2 + 3 + 9 + 7}_{\text{Quersumme}}$

wenn das durch 3 teilbar, dann auch die Zahl 2397