

Vollständige Induktion

Induktionsprinzip

Sei $A(n)$ eine Aussage über natürliche Zahlen n . Wenn gilt:

1. **Induktionsanfang (IA):** Es gilt $A(1)$.
2. **Induktionsschluss (IS):** Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

Aus $A(n)$ folgt $A(n + 1)$.

Dann gilt $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 1:

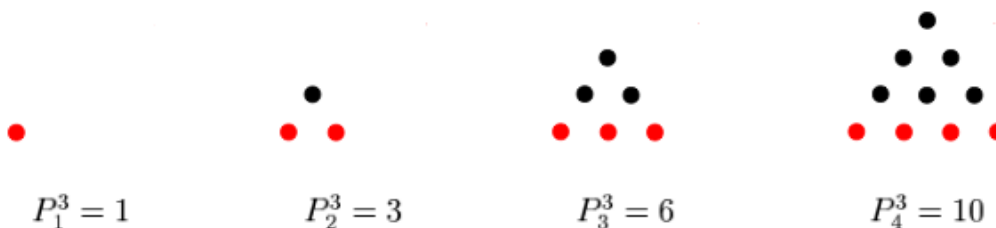
In Aufgabe 5 zu den Rekursionen (Turm von Hanoi) haben wir herausgefunden, dass für alle natürlichen Zahlen n gilt: $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$. Beweist dies durch vollständige Induktion und macht Euch daran das Verfahren klar.

Aufgabe 2:

Das Induktionsprinzip wird auch oft „Dominoeffekt“ genannt. Erkläre, was damit gemeint sein könnte.

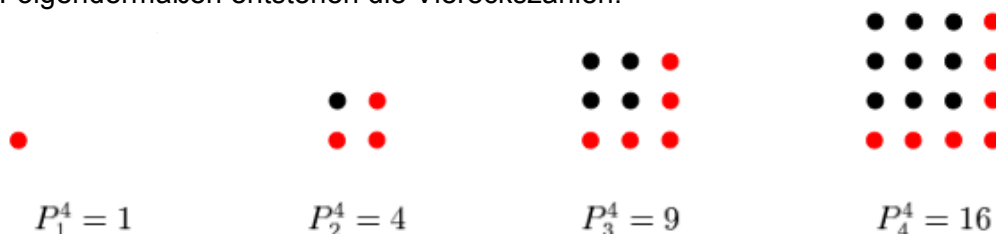
Aufgabe 3: (Dreieckszahlen und Viereckszahlen)

a) Die Dreieckszahlen entstehen durch folgendes Punktmuster.



Wie lautet die 100. Dreieckszahl? Gib eine Formel für die n -te Dreieckszahl an. Kannst Du die Formel durch vollständige Induktion beweisen? Ist 666 eine Dreieckszahl?

b) Folgendermaßen entstehen die Viereckszahlen:



Finde auch hier eine Formel für die n -te Viereckszahl und beweise diese.