

Graphentheorie Teil 1

Aufgabe 1:

Zeichne einen Graphen mit

- a) 2 Ecken und 2 Kanten
- b) 2 Ecken und 3 Kanten
- c) 3 Ecken und 3 Kanten
- d) 3 Ecken und 1 Kante
- e) 3 Ecken und 5 Kanten

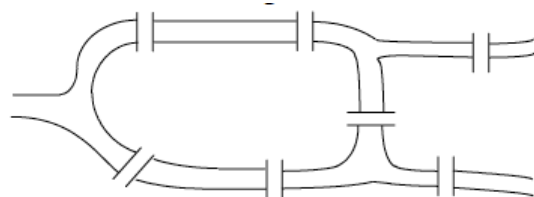
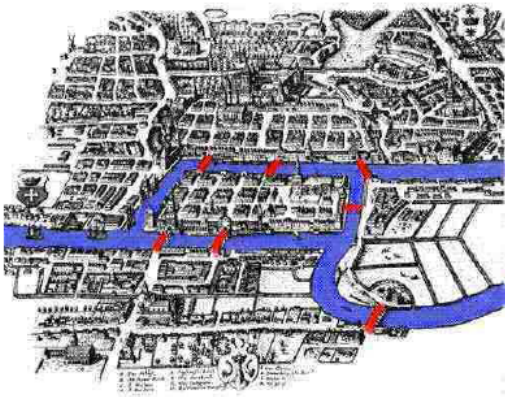
Aufgabe 2:

- a) Zeichne einen Graphen, in dem jede Ecke Grad 2 (Grad 3) hat.
- b) Zeichne einen Graphen mit 4 Ecken, wobei eine Ecke Grad 1, zwei Ecken Grad 2 und eine Ecke Grad 3 haben.

Aufgabe 3: (Königsberger Brückenproblem)

Durch die schöne Stadt Königsberg (heute Kaliningrad) fließt der Fluss Pregel. Dabei schließt der Fluss zwei Inseln ein. Zur ersten Insel führen je zwei Brücken von den beiden Flussseiten, zur zweiten Insel je eine. Außerdem sind beide Inseln durch eine Brücke verbunden.

Leonhard Euler (der Namensgeber der MSG) beschäftigte sich im Jahr 1736 mit folgendem Problem und begründete damit das Gebiet der Graphentheorie:



Stadtplan von Königsberg im 18. Jahrhundert

- a) Finde einen Spazierweg, bei dem man jede Brücke über den Pregel genau einmal überquert oder beweise, dass ein solcher Spazierweg nicht möglich ist.
- b) Prüfe, ob ein Rundweg möglich ist, bei dem Start- und Endpunkt derselbe ist.

(Hinweis: Modelliere die Situation als Graph mit Ecken und Kanten.)

Aufgabe 4: Zusatz zum Königsberger Brückenproblem:

- a) Die Stadtverwaltung möchte eine Brücke einreißen, so dass ein Spazierweg möglich wird, der jede Brücke genau einmal überquert. Welche Brücke kann eingerissen werden, um dies zu erreichen?
- b) Die Stadtverwaltung möchte eine weitere Brücke errichten, sodass ein Spazierweg mit obiger Forderung entsteht.
- c) Die Stadtverwaltung ist bereit, mehrere neue Brücken zu errichten, sodass ein Rundkurs-Spazierweg entsteht, bei dem jede Brücke genau einmal überquert wird. Wieviele Brücken müssen mindestens errichtet werden?

Aufgabe 5:

Im Folgenden sollen Graphen mit 5 Ecken gezeichnet werden, die A, B, C, D und E heißen. Wenn so ein Graph existiert, zeichne ihn. Ist er eindeutig? Wenn nicht, so zeige, warum kein solcher Graph existieren kann.

- a) $\text{grad}(A) = 2$, $\text{grad}(B) = 3$, $\text{grad}(C) = 2$, $\text{grad}(D) = 3$, $\text{grad}(E) = 3$.
- b) $\text{grad}(A) = 2$, $\text{grad}(B) = 3$, $\text{grad}(C) = 2$, $\text{grad}(D) = 3$, $\text{grad}(E) = 4$.