

Aufgaben-Blatt 6
vom 5. bis 12. Dezember 2013

1. Eine Gleichung

Gegeben seien $a, b \in \mathbb{R}$. Finde alle Lösungen der Gleichung

$$(x - a)^4 + (x - b)^4 = (a - b)^4.$$

2. Wurzeln

(a) Berechne die dritten Wurzeln aus $-2 + 2i$.

(b) Berechne $(1 - \sqrt{3}i)^{\frac{3}{4}}$.

3. Formeleinsatz

(a) Benutze die Formel von Moivre, um $\cos(3\alpha)$, $\sin(4\alpha)$ und $\cos(5\alpha)$ durch $\cos(\alpha)$ und $\sin(\alpha)$ auszudrücken.

(b) Schreibe $\cos 18^\circ$ und $\sin 202,5^\circ$ als Wurzelausdruck, also nur mit Hilfe der Rechenzeichen $+$, $-$, \cdot , $/$, $\sqrt{\quad}$.

(*Tipp*: Teil (a) und bekannte, einfache Sinus- und Cosinus-Werte helfen.)

4. Zusatzaufgabe

Beweise, dass das Polynom

$$p(x) = x^{2n} - 2x^{2n-1} + 3x^{2n-2} - 4x^{2n-3} + \dots - 2nx + 2n + 1$$

keine reellen Nullstellen besitzt.

(*Tipp*: $(1 + x)p(x)$ mag helfen.)